

# ПРОТОКОЛ ЭЛЕКТРОННОЙ ТОРГОВЛИ БЕЗ АРБИТРА

**Мацук Н. А.**

**namatsuk@yandex.ru**

**Московский инженерно – физический институт  
(государственный университет)**

## Проблемы товарно – денежного обмена

Дуализм товарно – денежного обмена :

- Заинтересованность обеих сторон в совершении сделки
- Конфликт интересов продавца и покупателя

Конфликт интересов порождает проблемы :

- Одновременность обмена
- «Кот в мешке»

## Проблемы товарно – денежного обмена

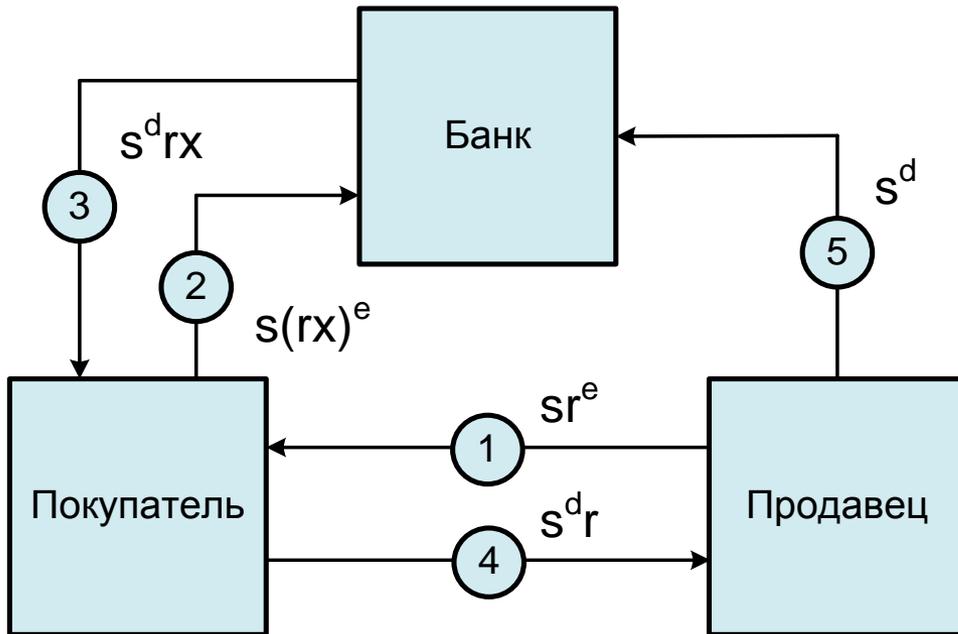
Дополнительные требования к платежным системам :

- Анонимность
- Неотслеживаемость платежей
  
- ✓ Обеспечиваются наличными деньгами
- ✓ Не обеспечиваются прочими традиционными средствами платежа
- ✓ Обеспечиваются только одним видом электронных платежных средств
  - цифровыми деньгами

# Схема обращения цифровых денег

Основные поля цифровой банкноты :

Номер счета покупателя	Номинал	Серийный номер
------------------------	---------	----------------



$e$  - открытый ключ банка

$d$  - секретный ключ банка

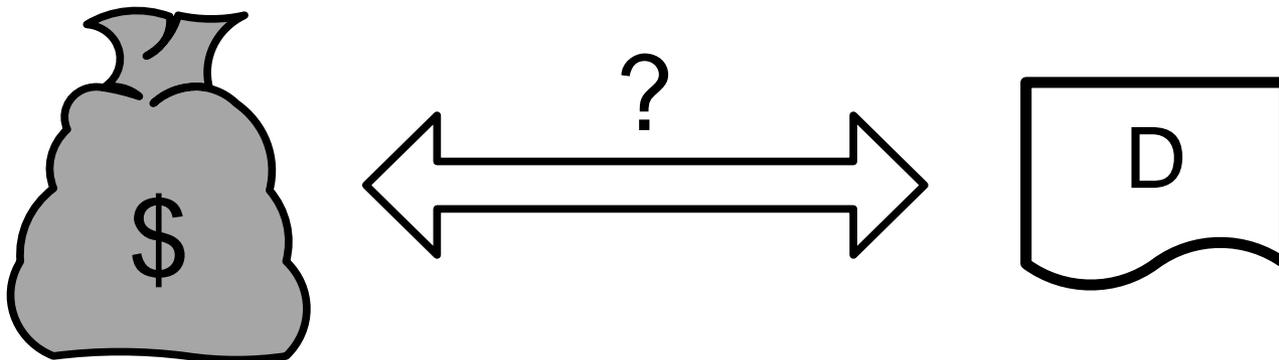
Операции выполняются по  $\text{mod } n$

$r$  - затемняющий множитель продавца

$x$  - затемняющий множитель покупателя

# Решение проблем товарно – денежного обмена

Как сделать так, чтобы и продавец и покупатель  
находились в равных условиях ?



# Решение проблем товарно – денежного обмена

1. Покупатель и продавец получают равную выгоду

$$N \times \left( \text{stack of coins} \longleftrightarrow \text{note } D_i \right), \quad \sum_{i=1}^N D_i = D$$

2. Покупатель и продавец подвергаются равному риску

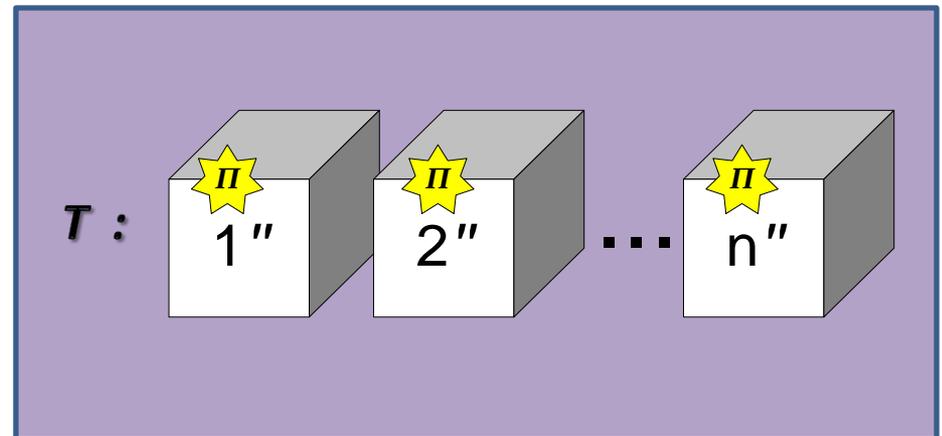
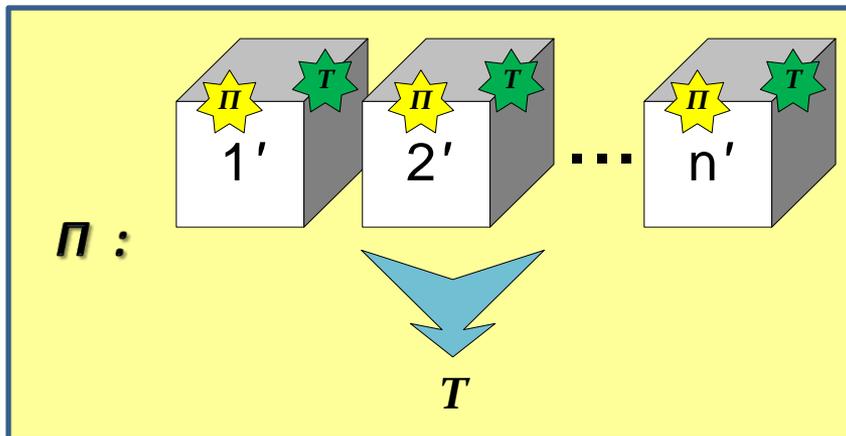
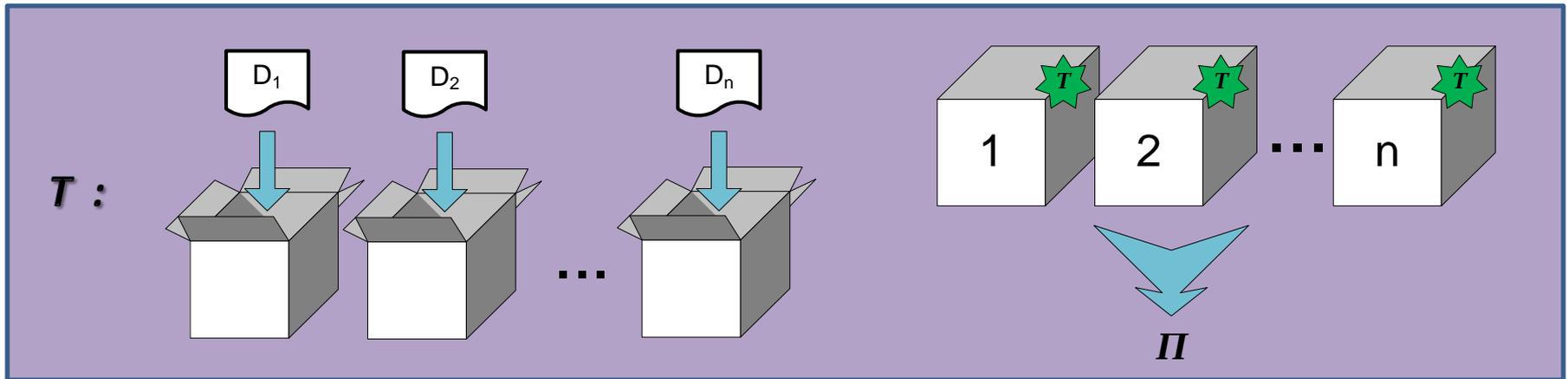
$$N \times \left( \text{stack of coins} \longleftrightarrow \text{note } D \text{ с вероятностью } 1 / 2N \right)$$

$$N \times \text{stack of coins} = \text{money bag with } \$$$

# Первый вариант протокола

В протоколе принимают участие покупатель  $\Pi$  и торговец  $T$ .

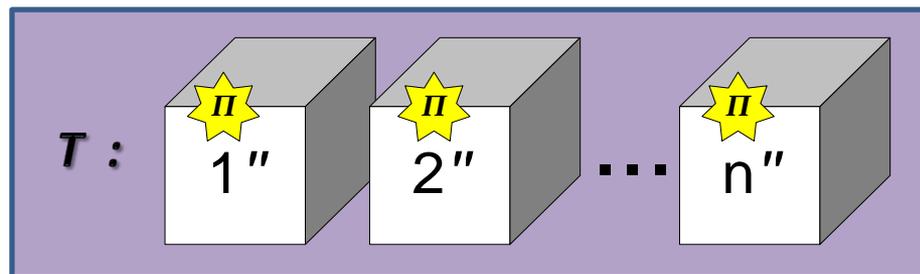
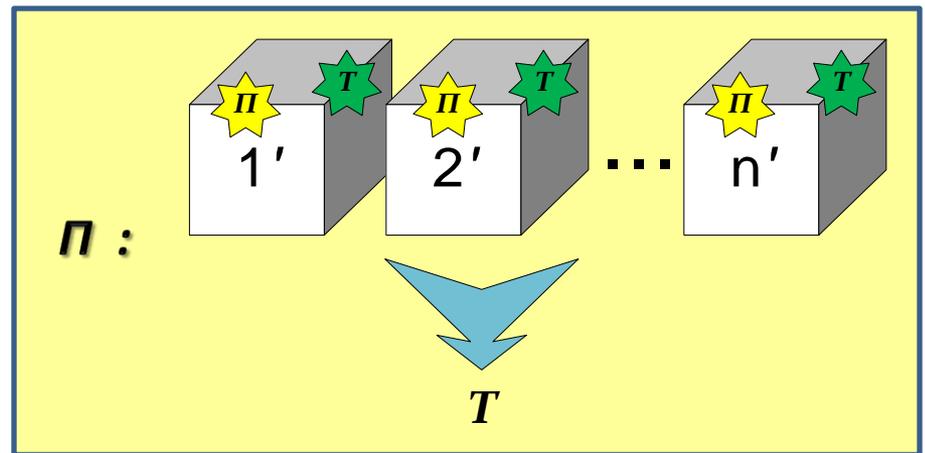
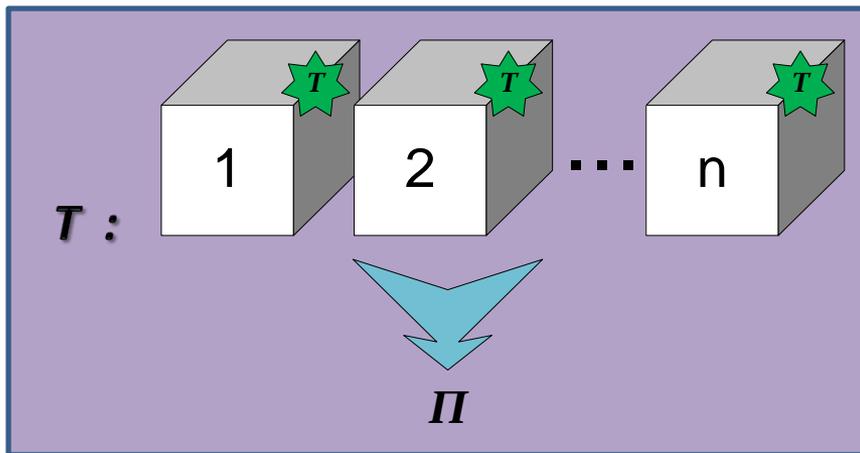
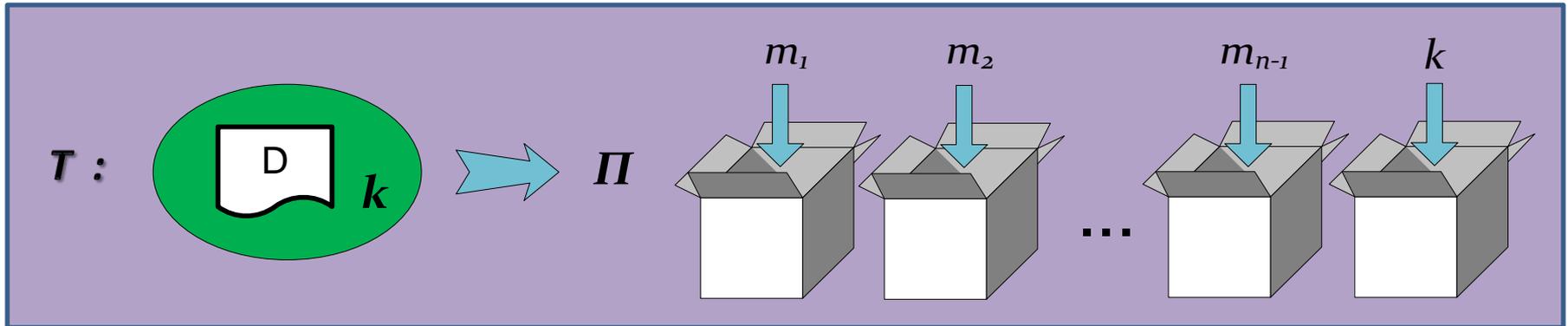
Покупатель подготавливает цифровые деньги по обычной схеме.



## Первый вариант протокола

- Если  $n$  велико, то стоимостью одной части можно пренебречь
- Ни продавец, ни покупатель не определяют, какие части и в каком порядке выкупаются
- Если покупатель перемешал фрагменты в случайном порядке, то документ должен выкупаться равномерно
- Продавец может раскрыть несколько частей до начала торгов
- Торги могут быть прерваны в любой момент без ущерба для обеих сторон

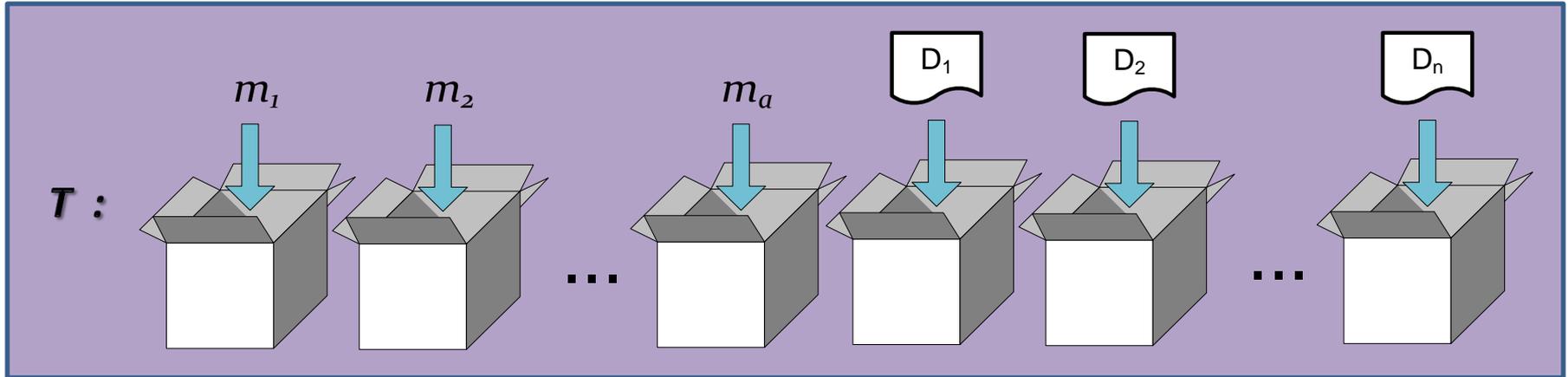
# Второй вариант протокола



## Второй вариант протокола

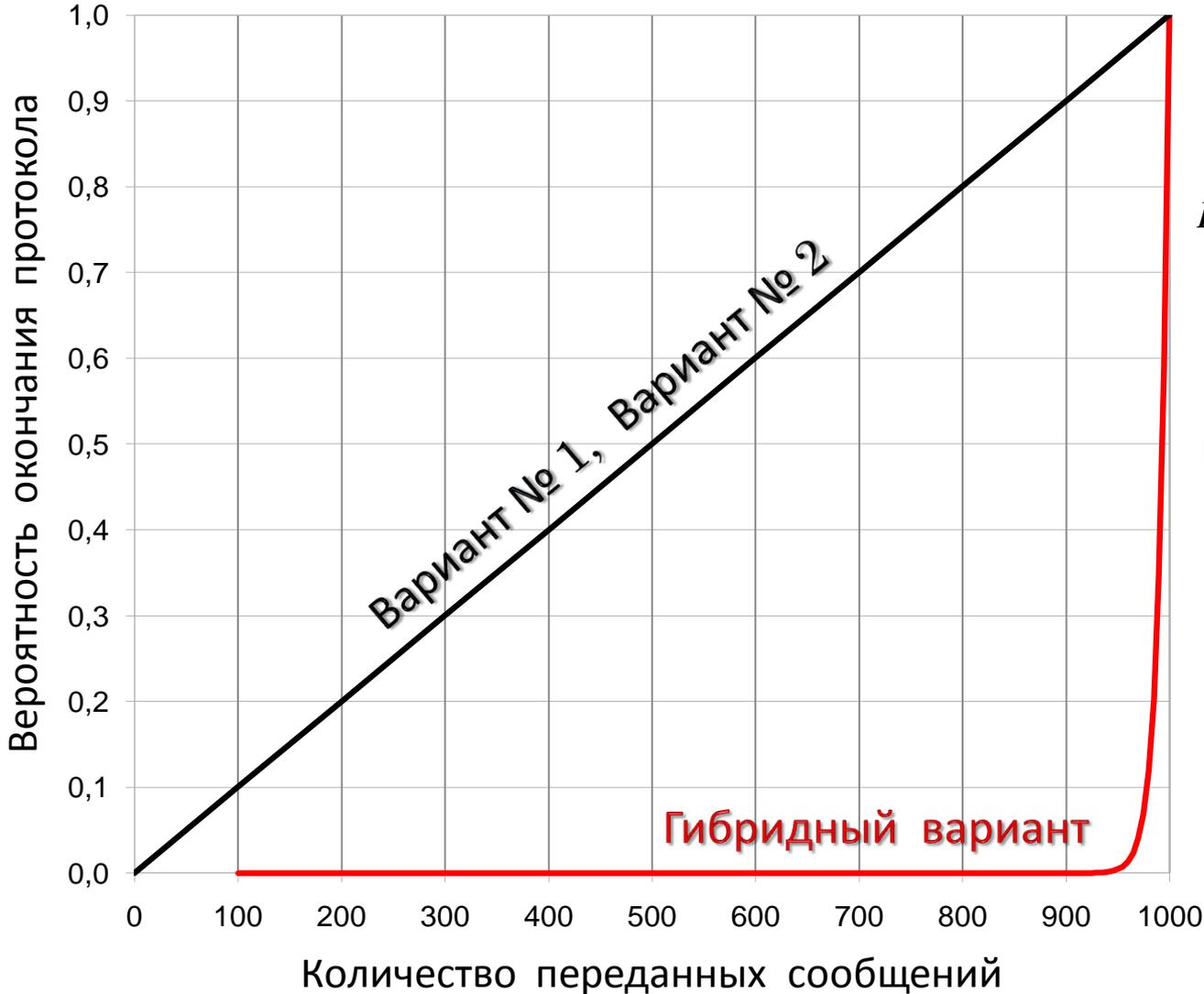
- Ни продавец, ни покупатель не могут повлиять на то, когда будет выкуплен ключевой конверт
- Покупатель может с одинаковой вероятностью как недоплатить, так и переплатить
- Покупателю выгодно участвовать в протоколе до тех пор, пока он не получит свой товар
- Если продавец попытается подменить пакеты, то покупатель обнаружит это и выйдет из протокола
- Проблема «кота в мешке» не решена

## Гибридный вариант протокола



- Комбинируются сильные и слабые стороны обоих вариантов
- Прибыль продавца более предсказуема
- Мошенничество продавца выявляется намного раньше

# Ожидаемое число итераций протокола



Гипергеометрическая функция :

$$P(k) = f(k, n, b, a+b) = \frac{C_b^k \cdot C_a^{n-k}}{C_{a+b}^n}$$

Вариант № 2 вырожден:

$$a = 999$$

$$b = k = 1$$

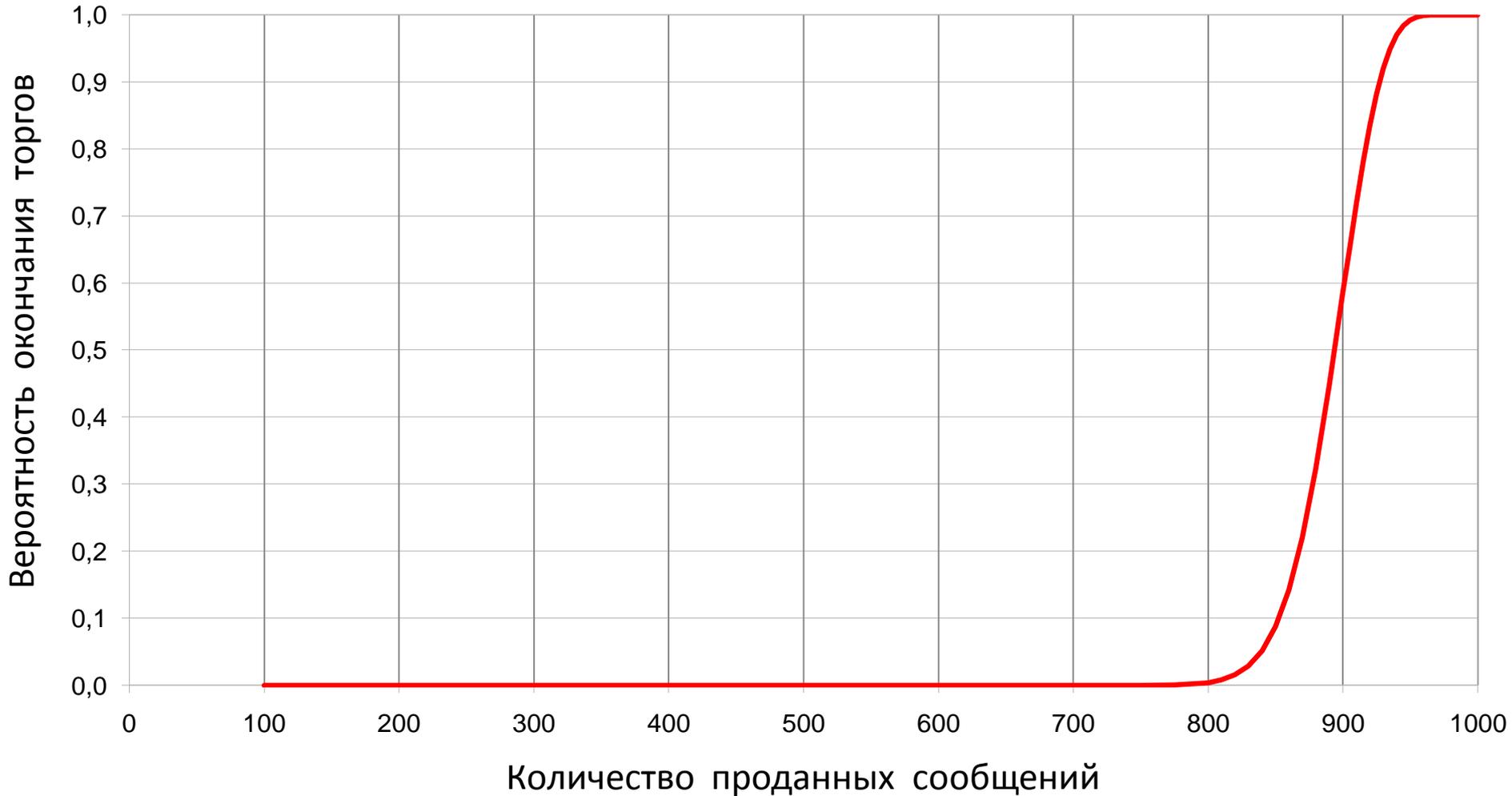
Гибридный вариант :

$$a = 900$$

$$b = 100$$

# Ожидаемое число итераций протокола

Для завершения протокола достаточно узнать 90% секрета



## Криптографическая реализация

На практике все несколько сложнее, чем в теории :

- Продавец может скомпрометировать протокол, воспользовавшись знанием сообщений  $m_i$
- Покупатель может подменить зашифрованные сообщения их произведением и выделить ключ из первого же пакета

Существующая криптографическая реализация решает эти и некоторые другие проблемы.

## Криптографическая реализация

В протоколе принимают участие покупатель  $\Pi$  и торговец  $T$ .

$T$  вырабатывает пару ключей RSA  $(e, d)$ , соответствующих модулю  $n$ .

$\Pi$  формирует  $a$  сообщений  $m_i$ .

$$T : k^e \bmod n \rightarrow \Pi$$

$\Pi$  затемняет сообщения случайным множителем  $r_n$ , а ключ -  $r$ .

$$\Pi : \begin{pmatrix} m_1^e r_n^e \bmod n \\ \dots \\ m_a^e r_n^e \bmod n \\ k^e r^e r_n^e \bmod n \end{pmatrix} \rightarrow T$$

## Криптографическая реализация

$T$  расшифровывает сообщения, подписывая их «вслепую».  $T$  не знает в каком из сообщений скрыт ключ  $k$ .

$$T : \begin{pmatrix} \dots \\ m_i r_n \bmod n \\ \dots \\ k r r_n \bmod n \\ \dots \end{pmatrix}, \quad i \in [1, a]$$

$T$  зашифровывает сообщения по схеме Полига-Хеллмана.  
 $T$  сообщает  $p$  своему клиенту.

$$T : \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^q \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^q \bmod p \\ \dots \end{pmatrix}, \quad i \in [1, a]$$

## Криптографическая реализация

**T** производит случайное число  $r_m < p$  и затемняет им каждое сообщение. Затем к массиву добавляется  $r_m$ , все сообщения перемешиваются и передаются **П**.

$$T : \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^q r_m^q \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^q r_m^q \bmod p \\ \dots \\ r_m \\ \dots \end{pmatrix} \rightarrow \Pi, \quad i \in [1, a]$$

**П** зашифровывает сообщения по схеме Полига-Хеллмана. Результаты перемешиваются и вместе с  $r_n$  отсылаются **T**.

$$\Pi : \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^{sq} r_m^{sq} \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^{sq} r_m^{sq} \bmod p \\ \dots \\ r_m^s \bmod p \\ \dots \end{pmatrix} \rightarrow T, \quad i \in [1, a]; \quad r_n \rightarrow T$$

## Криптографическая реализация

$T$  снимает затемнение со значений, полученных им ранее, и проверяет достоверность  $m_1 \dots m_a$ .

$T$  просит  $\Pi$  раскрыть расположение сообщения  $r_m^s \bmod p$  в полученном множестве.

$$T : \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^{sq} r_m^{sq} \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^{sq} r_m^{sq} \bmod p \\ \dots \end{pmatrix} \cdot r_m^{-sq} \bmod p = \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^{sq} \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^{sq} \bmod p \\ \dots \end{pmatrix}, \quad i \in [1, a]$$

## Криптографическая реализация

$T$  находит ключ  $q^{-1} \bmod p$  и расшифровывает на этом ключе каждое сообщение. В итоге  $T$  получает массив сообщений  $\{x\}$ , выступающих в качестве товара.

$$T : \begin{pmatrix} \dots \\ (m_i r_n \bmod n)^s \bmod p \\ \dots \\ (k r r_n \bmod n)^s \bmod p \\ \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_{a+1} \end{pmatrix}, \quad i \in [1, a]$$

**Спасибо за внимание**

**Мацук Н. А.**

**[namatsuk@yandex.ru](mailto:namatsuk@yandex.ru)**